

**Ответы и решения задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады  
школьников по математике (2019-2020 уч. год)**

**5 класс**

**5.1. Ответ: 2222919.**

**5.2. Ответ: 38 рублей.**

**5.3. Ответ: 233.**

**Решение.**  $a = 13 \cdot 17 + 12 = 233$ .

**5.4. Ответ:  $84 \text{ см}^2$ .**

**5.5. Ответ. Б – первая планета, В – вторая планета, А – третья планета.**

**Решение.** Так как второе и третье сообщения ложны, то А является третьей планетой, а Б – не второй, поэтому Б – первая планета от звезды. Тогда В – вторая планета.

**Ответы и решения задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады  
школьников по математике (2019-2020 уч. год)**

**6 класс**

**6.1. Ответ: 2039190.**

**Решение.** Напишем искомую сумму дважды:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 2018 + 2019, S = 2019 + 2018 + \dots + 3 + 2 + 1.$$

Сложим почленно:  $2S = 2020 \cdot 2019, S = 1010 \cdot 2019 = 2039190$ .

**6.2. Ответ: 32 года.**

**Решение.** Сумма возрастов всех футболистов была равна  $11 \cdot 22 = 242$ , а после удаления стала  $10 \cdot 21 = 210$ . Значит, возраст удаленного футболиста 32 года.

**6.3. Ответ: невозможно.**

**Решение.**  $6 \cdot 12 \cdot 18 = 1536 (\text{см}^3)$  – объем параллелепипеда. При постановке кубиков объемом  $1 \text{ см}^3$  друг на друга получим вышку высотой  $1536 \text{ см}$ . Так как лестница всего длиной 3 м, то рост мальчика (даже с вытянутой рукой) должен быть  $1236 \text{ см}$ , что невозможно.

**6.4. Ответ: 270 страниц.**

**Решение.** Пусть  $x$  – число страниц, которое было в книге. В первый день прочитал  $(0,2x + 16)$  страниц, осталось прочитать во второй и третий дни  $(0,8x - 16)$  страниц; во второй день прочитал  $(0,3(0,8x - 16) + 20) = (0,24x + 15,2)$  страниц; в третий день прочитать осталось  $(0,56x - 31,2)$  страниц. Так как в третий день школьник прочитал  $0,75$  остатка и еще 30 страниц, то остаток будет составлять 120 страниц. Получаем уравнение:  $0,56x - 31,2 = 120, x = 270$ .

**6.5. Ответ: Игорь – лучший математик, Аня – лучший шахматист, Олег – лучший художник.**

**Решение.** Так как Аня не проигрывала мальчикам в шахматы, то она – лучший шахматист. Так как художник не нарисовал своего портрета, а нарисовал портрет Игоря, то Игорь – лучший математик, а Олег – лучший художник.

**Ответы и решения задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады  
школьников по математике (2019-2020 уч. год)**

**7 класс**

**7.1. Ответ: 52020, 52920, 52524, 52128.**

**Решение.** Число делится на 36, если оно делится и на 4 и на 9. Так как сумма цифр 5, 2, 2 равна 9, то сумма двух недостающих цифр должна равняться 0, 9 или 18. Учитывая, что число должно делиться на 4, а предпоследняя цифра равна 2, то последняя цифра может быть лишь 0 или 4 или 8. Тогда ответами будут числа: 52020, 52920, 52524, 52128.

**7.2. Ответ: 270 страниц.**

**Решение.** Пусть  $x$  – число страниц, которое было в книге. В первый день прочитал  $(0,2x + 16)$  страниц, осталось прочитать во второй и третий дни  $(0,8x - 16)$  страниц; во второй день прочитал  $(0,3(0,8x - 16) + 20) = (0,24x + 15,2)$  страниц; в третий день прочитать осталось  $(0,56x - 31,2)$  страниц. Так как в третий день школьник прочитал  $0,75$  остатка и еще 30 страниц, то остаток будет составлять 120 страниц. Получаем уравнение:  $0,56x - 31,2 = 120$ ,  $x = 270$ .

**7.3. Ответ:  $133 \text{ см}^2$  или  $171 \text{ см}^2$ .**

**Решение.** Возможны два варианта параллелепипеда, построенного из 18 кубиков высотой 3 кубика  $3 \times 3 \times 2$  или  $3 \times 6 \times 1$ . Площадь поверхности данных параллелепипедов будет равна 42 и 54 площадей 1 грани. Учитывая, что площадь грани равна  $\frac{19}{6} \text{ см}^2$ , получим площадь поверхности  $133 \text{ см}^2$  или  $171 \text{ см}^2$ .

**7.4. Решение.** Сумма двух чисел будет четной, если они оба четные или оба нечетные. Сумма двух чисел будет нечетной, если одно из них будет четное, а другое – нечетное. Допустим, что сумма любых двух соседних чисел нечетна, тогда четные и нечетные числа должны чередоваться. Значит, общее число чисел будет четным, а по условию чисел 2019, - нечетное количество. Значит, допущение сделано неверно, и найдутся два числа, сумма которых будет четна.

**7.5. Ответ: все лжецы.**

**Решение.** Заметим, что 2-й и 3-й высказываются о текущей остановке по-разному, а о предыдущей одинаково. Это означает, что среди них нет ни одного рыцаря, т.е. 2-й и 3-й – лжецы. Но 3-й и 1-й говорят о текущей остановке одинаково, значит, 1-й тоже лжец.

**Ответы и решения задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады  
школьников по математике (2019-2020 уч. год)**

**8 класс**

**8.1. Решение.** Перенесем все слагаемые в левую часть

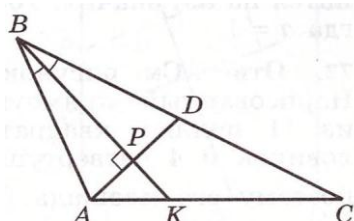
$a^2b + b^2c + c^2a - b^2a - a^2c - c^2b = ab(a - b) - c(a^2 - b^2) + c^2(a - b) = (a - b)(ab - ac - bc + c^2) = (a - b)(b - c)(a - c) > 0$ , так как выражение в каждой из скобок положительно.

**8.2. Ответ: 64.**

**Решение.** Обозначим число  $10a+b$ , тогда получим по условию задачи уравнение:  $10a + b = 6(a + b) + 4$ , упростив которое, получим  $4(a - 1) = 5b$ . Так как  $a$  и  $b$  являются цифрами и число  $a - 1$  должно делиться на 5, то возможны два варианта  $a=1$  или  $a=6$ . В первом случае получится число 10 и тогда остаток (4) больше делителя (1), поэтому подходит только второй случай.

**8.3. Ответ:  $AB=2, AC=3, BC=4$ .**

**Решение.** Пусть  $AD$  – медиана,  $BK$  – биссектриса,  $P$  – точка их пересечения.



Из условия следует, что в  $\triangle ABD$  отрезок  $BP$  одновременно является биссектрисой и высотой, поэтому треугольник равнобедренный  $AB = BD = \frac{1}{2}BC$ . Но длины  $AB$  и  $BC$  – это два числа из трех последовательных натуральных чисел. Поэтому либо  $AB=1, BC=2$ , либо  $AB=2, BC=4$ . В обоих случаях  $AC=3$ . Но первый случай невозможен, т.к. в этом случае  $AC=AB+BC$ . Треугольник со сторонами 2, 3 и 4 существует.  $AB=2, AC=3, BC=4$ .

**8.4. Решение.** Получим сначала числа  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$  и  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ . Перемножим их, получим число 3. Последовательным домножением числа  $\sqrt{5}$  на  $\sqrt{2}$  и на  $\sqrt{5}$  получим числа  $\sqrt{10}, \sqrt{20}$  и  $\sqrt{100} = 10$ . И наконец,  $10 - 3 - 3 - 3 = 1$ .

Замечание. Приведенный способ не единственный.

**8.5. Ответ: 1010 рыцарей.**

**Решение.** Заметим, что два воина, стоящие рядом, не могли оказаться рыцарями. Действительно, если бы они оба рыцарями, то они оба сказали бы неправду. Выберем воина, стоящего слева, и разобьем ряд из оставшихся 2018 воинов на 1009 групп по два рядом стоящих воина. В каждой такой группе не более одного рыцаря, т.е. среди рассматриваемых 2018 воинов не более 1009 рыцарей, т.е. всего в шеренге не более  $1009+1=1010$  рыцарей.

Рассмотрим шеренгу РЛРЛР...РЛРЛР. В такой шеренге стоит ровно 1010 рыцарей.