

Ответы и решения муниципального этапа ВСОШ по математике
2019-2020 учебный год
9 класс

9.1. Ответ: 26. Решение. Пусть вначале было отмечено k точек. Тогда к ним добавилась еще $k - 1$ точка (по одной между первой и второй, второй и третьей, ..., $k - 1$ -й и k -й отмеченными точками), а затем ещё $(k + (k - 1)) - 1 = 2k - 2$ точки. Всего точек в итоге стало $4k - 3$. Решая уравнение $4k - 3 = 101$, находим ответ.

9.2. Решение. Через n секунд дробь будет иметь вид $\frac{1+n}{3+7n}$. Предположим, что она сократима на 11, т.е. числа $a = 1 + n$ и $b = 3 + 7n$ делятся на 11. Но тогда и число $7a - b$ тоже должно делиться на 11, что неверно, так как $7a - b = 4$.

9.3. Ответ: 1 : 1. Решение. По условию $(AE \cdot BE) : 2 = ED \cdot BE$, откуда $AE = 2ED$. Заметим, что AD – медиана треугольника ABG . Поэтому отрезок BH , делящий медиану AD в отношении $AE : ED = 2$, тоже медиана треугольника ABG .

9.4. Решение. Заметим, что $12 = 2^2 \cdot 3$, а $54 = 2 \cdot 3^3$. Каждую минуту один из показателей степени меняется на единицу, т.е. сумма степеней меняет четность. Отсюда следует, что через час четность суммы степеней будет той же, что и у исходного числа. Однако сначала сумма степеней была равна 3, т.е. числу нечетному, а в конце оказалась равной 4, т.е. числу четному.

9.5. Решение. Сумма всех записанных на доске чисел будет нечетной (сумма 1010 нечетных чисел и 1009 четных чисел является числом нечетным). При стирании 2 чисел могут быть следующие 3 варианта:

а) Стираются два четных числа, тогда модуль разности будет четным числом, а новая сумма будет числом нечетным;

б) Стираются два нечетных числа, тогда модуль разности будет четным числом, а новая сумма будет числом нечетным;

в) Стираются одно четное и одно нечетное число, тогда модуль разности будет нечетным числом, а новая сумма будет снова числом нечетным.

Таким образом, после каждого стирания сумма оставшихся на доске чисел будет нечетной, а количество чисел уменьшается на 1. После 2018 стираний на доске останется одно число – нечетное. Так как нуль – число четное, то оставшееся число нулем быть не может.