

**Ответы и решения муниципального этапа ВСОШ по математике
2019-2020 учебный год, 10 класс**

10.1. Ответ: 1836 и 183. Решение. Обозначим эти числа A и B . Пусть B – наименьшее из этих чисел. Тогда, учитывая условие, большее число $A = 10B + c$, где c – зачеркнутая цифра, $0 \leq c \leq 9$. По условию задачи также имеем: $A + B = 11B + c = 2019$. Это означает, что c является остатком от деления 2019 на 11, то есть $c = 6$, $B = 183$, $A = 1836$. Таким образом, это числа 1836 и 183.

10.2. Ответ: не может. Решение. Дискриминант трехчлена $4x^2 - 4(a+1)x + a$, равный $16(a^2 + a + 1)$, положителен при любом a , ибо $a^2 + a + 1 = (a + 0,5)^2 + 0,75$. Значит, у данного трехчлена при любом значении a два корня. Поскольку ветви параболы $y = 4x^2 - 4(a+1)x + a$ направлены вверх, ее вершина в таком случае лежит ниже оси абсцисс и поэтому не может находиться во второй координатной четверти.

10.3. Ответ: верно. Решение. Предположим, что нельзя выбрать окружность, на которой есть точки всех трех цветов. Выберем точку A первого цвета и точку B второго цвета и проведем через них прямую l . Если вне прямой l найдется точка C третьего цвета, то на окружности, описанной около треугольника ABC , найдутся точки всех трех цветов (например, A , B и C). Значит, вне прямой l нет точек третьего цвета. Но раз хотя бы одна точка плоскости покрашена в третий цвет, то эта точка (назовем ее D) лежит на прямой l . Если теперь рассмотреть точки A и D , то аналогично можно показать, что вне прямой l нет точек второго цвета. Рассмотрев точки B и D , можно показать, что вне прямой l нет точек первого цвета, т.е. вне прямой l нет покрашенных точек. Получили противоречие с условием. Значит, можно выбрать окружность, на которой есть точки всех трех цветов.

10.4. Ответ: $\frac{8}{5}h$. Решение. Обозначим длины сторон большого и малого квадратов через $2x$ и $2y$ соответственно, радиус окружности – через R . Тогда расстояния от центра окружности до вершин вписанных квадратов, лежащих на окружности, дают выражения:

$$(2x - h)^2 + x^2 = R^2, (2y + h)^2 + y^2 = R^2.$$

Отсюда получим: $x - y = \frac{4}{5}h$. Тогда разность длин сторон квадратов будет равна $\frac{8}{5}h$.

10.5. Ответ: Первый. Решение. Опишем выигрышную стратегию первого игрока. Первым ходом он берет 5 камней из кучки, в которой лежит 20 камней. Таким образом, после его хода в каждой кучке лежит 15 камней. Каждым следующим ходом первый должен брать столько же камней, сколько и второй, но только из другой кучки, т.е. после каждого хода первого в двух кучках лежит одинаковое количество камней. Это означает, что у первого всегда есть ход, т.е. второй игрок проигрывает.