

|   |   |   |   |   |       |
|---|---|---|---|---|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ИТОГО |
| 7 | 7 | 1 | 0 | 3 | 18    |

10.1

Обозначим цифры этих чисел как  $a, b, c, d$  (по порядку).

Получим:

$$abc + abcd = 2019$$

(черта указывает на то, что это единое число, а не произведение  $a \cdot b \cdot c$  или  $a \cdot b \cdot c \cdot d$ )

$0 < a < 10$  (первая цифра не может быть нулем)

$$0 \leq b < 10$$

$$0 \leq c < 10$$

$$0 \leq d < 10$$

$$\begin{array}{r} + \overline{abcd} \\ \quad \overline{abc} \\ \hline 2019 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{наглядное} \\ \text{представление} \end{array}$$

Предположим, что ни одна из сумм  $d+c$ ;  $c+b$ ;  $a+b$ ; не превышает десяти (нет

перехода через десяток)

Тогда

$$\begin{cases} a = 2 \\ c + d = 9 \\ b + c = 1 \\ a + b = 0 \end{cases}$$

Система не имеет решений,  
удовлетворяющих вышеприведенным  
условиям. (т.к.  $b = -2 < 0$ )

Значит, переход есть.

$$\begin{cases} c + d = 9 & (\text{но не } 9, \text{ т.к. } c < 10, d < 10) \\ c + b = 1 & (\text{предположим пока, что здесь переход}) \\ a + b = 10 & (\text{но не } 0, \text{ т.к. тогда нет}) \\ a + 1 = 2 & (\text{учтем др. } a = 2, \text{ значит } a + b \geq 2) \end{cases}$$

десяток)

Эта система также не имеет удовлетворяющих условию решений ( $c = -8 < 0$ ;  $d = 17 > 10$ )

Значит,  $c + b > 0$ , переход здесь есть

$$\begin{cases} c + d = 9 \\ c + b = 11 \\ a + b + 1 = 10 \\ a + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 6 \\ c = 3 \\ b = 8 \\ a = 1 \end{cases} \quad \text{— единственное решение системы}$$



Курные числа 1836 и 183

Ответ: 1836 и 183

10.2  $y = 4x^2 - 4(a+1)x + a$

II коор. четверть  $\Rightarrow x_0 < 0$

$$x_0 = \frac{-(-4(a+1))}{2 \cdot 4} = \frac{a+1}{2}; \quad y_0 > 0$$

$$y_0 = 4\left(\frac{a+1}{2}\right)^2 - 4(a+1)\frac{a+1}{2} + a = (a+1)^2 - 2(a+1)^2 + a = a - (a+1)^2 = -a^2 - a - 1$$

Решаем систему из двух неравенств:

$$\begin{cases} \frac{a+1}{2} < 0 \Rightarrow a < -1 \\ -a^2 - a - 1 > 0; \text{найдем нули: } -a^2 - a - 1 = 0 \end{cases}$$

$0 < 0$ , решений нет.

$-a^2 - a - 1$  всегда меньше нуля

Значит, система не имеет решений, и вершина не может лежать во второй коорд. четверти.

Ответ: не может

10.3

Предположим, что любая точка, кроме одной, цвета 3, является либо цвета 2, либо цвета **1**.

Значит, можно провести окружность через точку цвета 1, а т.к. плоскость бесконечна, и окружностей можно провести через точку цвета 1 бесконечно много, окружность через точки всех цветов провести можно.

Предположим, что есть одна точка цвета 1 и одна точка цвета 2, все остальные - цвета 3. Через 2 точки можно провести окружность, и все точки окружности, кроме указанных двух, будут цвета **1**.

Если же точек любого цвета больше одной, а плоскость бесконечна, а значит, число точек разных цветов тоже бесконечно, то обязательно должны найтись три точки разного цвета, через которые можно провести окружность.



10.5 Выигрывает тот, кто берёт последний камень (камни). Добиться этого можно двумя путями: заставить противника взять все камни из одной кучи либо оставить по одному камню в каждой куче (второй вариант - частный случай первого).

Первый случай: забрать все камни из другой кучи - выигрывает.

Второй случай: противник берёт любой из камней, вы - оставшиеся в другой куче - выигрывает.

Допустим, первый игрок берёт из любой кучи какое-либо число камней (остаётся не 1 и не 0, иначе ситуация сводится к случаю 1 или 2, и второй игрок выигрывает).

Затем второй игрок берёт из той кучи, где камней больше, столько камней, что

их количество становится равным.

Так повторяется до тех пор, пока первую кучу не придется взять столько камней, что их количество в одной из куч должно стать равным либо 0, либо  $n-1$ . В другой куче будет больше одного камня, т.к.

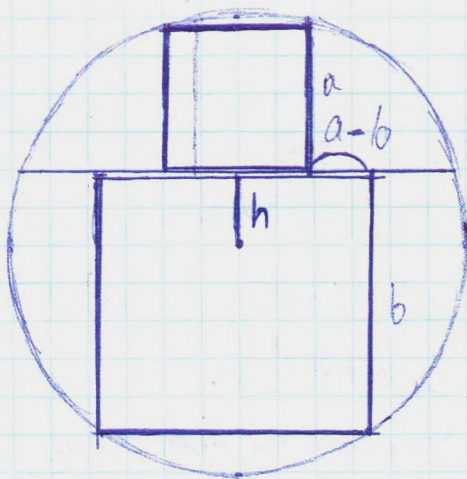
перед этим перед камнями было равное кол-во.

Ситуация сводится к случаю 1 или 2.

Значит, второй игрок выигрывает

Ответ: игрок, который ходит вторым

10.4



Работу проверяет:  
*Ана* / Мовва А. Г.  
*ТН* / Тарасова М. Н.