М1105

1	2	3	4	5	Итог
5	0	6	1	–	12

11.1

$y_1 = x^2 + ax + 1$

$y_2 = x^2 + x + a$ $\quad y_3 = x^2 + 3$

если графики парабол пересекаются в одной точке,

тогда $y_1 = y_2 = y_3$

$x^2 + ax + 1 = x^2 + x + a = x^2 + 3$

$$\begin{cases} x^2 + ax + 1 = x^2 + x + a \\ x^2 + x + a = x^2 + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax + 1 = a + x \\ a = 3 - x \end{cases}$$

$(3-x)x + 1 = 3 - x + x$

$3x - x^2 + 1 - 3 = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ по т. обратной т. Виета

$x_1 = 2 \quad x_2 = 1$

$a = 3 - x$

$$\begin{cases} x = 2 \\ a = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Ответ: 1; 2

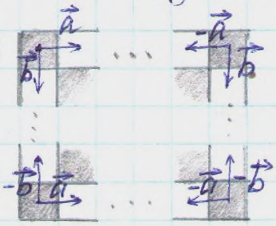
5б

11.3 Дано: доска шахматная 2019x2019, угловые клетки-чёрные, вектора идут от центра черной клетки к центру белой

Док-ть: сумма векторов равна 0

Док-во: рассмотрим несколько случаев

1) угловые клетки (4 шт.)

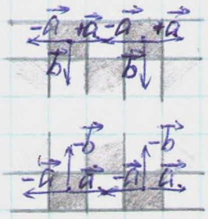


$\vec{a}+\vec{b}-\vec{a}+\vec{b}+\vec{a}-\vec{b}-\vec{a}-\vec{b}=0$

2) клетки, имеющие 3 выходящих вектора (на сторонах доски)

$\frac{2019}{2}=1009{,}5$ (1009 – белые, 1010 – черные)

$(1010-2)4=4032$ (шт.)



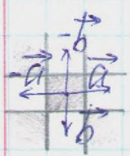
$-\vec{a}+\vec{b}+\vec{a}-\vec{a}+\vec{b}+\vec{a}-\vec{a}-\vec{b}+\vec{a}-$

$-\vec{b}-\vec{a}+\vec{a}=0$

сумма этих векторов: 0; т.к. кол-во черных каждой стороны четное, то сумма векторов с противоположных сторон: 0 (аналогично с остальными двумя сторонами)

56

3) остальные черные клетки



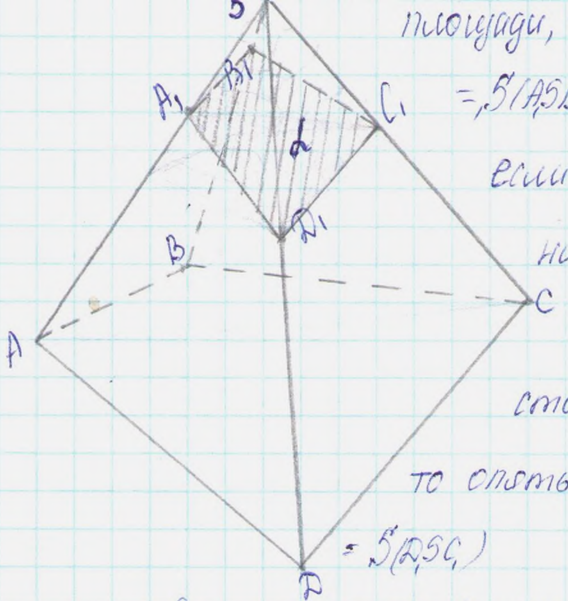
$-\vec{a}+\vec{a}-\vec{b}+\vec{b}=0$ с оставшимися клетками аналогично сумма векторов: 0

Сумма всех векторов равна нулю.

11.4 Дано: $S(ASD)=S(DSC)=S(BSC)=S(ASB)$; $S(A_1SD_1)=$
$=S(D_1SC_1)$

16 Док-ть: $S(A_1SD_1)=S(B_1SC_1)=S(A_1SB_1)$

Док-во: если $AB \parallel A_1B_1$, $BC \parallel B_1C_1$, $CD \parallel C_1D_1$, $AD \parallel A_1D_1$, то по т. Фалеса стороны треуг. пропорциональны, как и



площади, тогда $S(D_1SC_1) = S(B_1SC_1) =$
$= S(A_1SB_1)$

если хотя бы две соседние стороны основания пирамиды $SA_1B_1C_1D_1$ пропорциональны сторонам основания $SABCD$, то опять же по т. Фалеса $S(B_1SC_1) = S(A_1SB_1) =$
$= S(D_1SC_1)$

если известно, что $D_1C_1 \parallel DC$ (или $A_1D_1 \parallel AD$), то док-во аналогичное

11. 2 $\begin{cases} \cos\alpha + \cos\beta = 1 \\ \sin\alpha + \sin\beta = a \end{cases}$ $\quad 0 \le \cos\alpha \le 1 \quad 0 \le \cos\beta \le 1 \quad -2 \le a \le 2$ 0б

$$+\begin{cases} \overset{1-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + 2\cos\alpha\cos\beta + \overset{1-\sin^2\beta}{\cos^2\beta} = 1 \\ \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\sin\beta + \sin^2\beta = a^2 \end{cases}$$

$$2\sin\alpha\sin\beta + 2\cos\alpha\cos\beta = a^2 - 1 \quad \dots$$