

## Ответы и решения

### 5 класс

5.1. Ответ: 2041210.

Решение.  $(1 + 2020) + (2 + 2019) + \dots = 2021 \cdot 1010 = 2041210$ .

5.2. Ответ: 3.

5.3. Ответ: не может.

Решение. Число ягод на двух соседних кустах отличается на 1, поэтому на двух соседних кустах вместе нечетное число ягод. Тогда количество ягод на восьми кустах равно сумме четырех нечетных чисел, т.е. числу четному. Значит, на всех кустах вместе не может быть 225 ягод.

5.4. Ответ: 42 км.

Решение. Скорость сближения велосипедистов 18 км/ч, они встретились через 3 ч, следовательно, собака пробежала  $18 \cdot 3 = 54$  (км).

5.5. Ответ: Галя – в зеленом платье, Валя – в голубом платье, Аня – в белом платье, Надя – в розовом платье.

Решение. Из второго предложения ясно, что Аня и Валя не в зеленом платье, Надя – не в зеленом и не в голубом. Из третьего предложения следует, что Валя не в розовом и не в белом платье. Тогда Валя будет в голубом платье, а Галя в зеленом платье. Используя первое предложение, изобразив девочек по кругу, получим, что Галя будет стоять между Вaley и Надей. Тогда Аня в белом, а Надя в розовом платье.

6.1. Ответ: 16128.

Решение.  $2019(2020 - 2018) + 2017(2018 - 2016) + 2015(2016 - 2014) + 2013(2014 - 2012) = 2(2019 + 2017 + 2015 + 2013) = 2(4032 + 4032) = 16128.$

6.2. Ответ: 53 и 530.

Решение. Пусть  $x$  – меньшее число, тогда  $10x$  – большее, отсюда  $x + 10x = 583$ , значит, искомые числа 53 и 530.

6.3. Решение. При первом взвешивании на одну из чашек весов кладем гирю и все гвозди раскладываем по чашкам так, чтобы установилось равновесие. Получим 13 и 12 кг гвоздей. Первую кучку откладываем, а остальные гвозди делим пополам, взвешивая без гири, получим 6 и 6 кг. Соединяем кучки 13 кг и 6 кг, получаем искомое количество гвоздей.

6.4. Ответ: на девятый.

Решение. В первый день расцвела 1 лилия, во второй – 2, в третий – 4, ..., в девятый день – 256 лилий, в десятый день – 512 лилий. Половина озера покроется лилиями на девятый день.

6.5. Ответ: Аня в белом платье и белых туфлях, Валя в зеленом платье и синих туфлях, Наташа в синем платье и зеленых туфлях.

Решение. Так как Наташа в зеленых туфлях, а Валя не в белых, то Валя в синих туфлях. Значит, Аня в белых туфлях. Так как цвет платья и туфель у Ани совпадает, то Аня в белом платье. Так у остальных девочек цвет платья и туфель не совпадает, то Валя в зеленом платье, а Наташа – в синем.

7.1. Ответ: 1.

Решение. Разобьем все числа, начиная с 2, на четверки. Всего четверок получится 505. Сумма чисел в каждой четверке равна 0. Тогда сумма всего выражения равна 1.

7.2. Ответ: 3213212121.

Решение. Из признака делимости на 9 следует, что сумма стертых цифр должна быть равна 6. Так как больше то число, у которого цифр больше, то стирать надо две тройки. Остается число из 10 цифр. Чтобы это число было наибольшим, надо в старших разрядах иметь большие цифры, поэтому стираем 2 последние тройки.

7.3. Ответ: – 1.

7.4. Решение. Наливаем бензин в 5-литровый бидон и переливаем в бак мотоцикла. Затем вновь наливаем бензин в 5-литровый бидон, переливаем в 9-литровое ведро, наливаем еще раз в 5-литровый бидон и отливаем недостающие 4 л в 9-литровое ведро. Тогда в 5-литровом бидоне остается ровно 1 л, его и переливаем в бак мотоцикла.

7.5. Ответ: 6, 10, 12.

Решение. Обозначим числа, записанные в вершинах за  $x, y, z$ . Тогда учитывая условие, получим уравнение  $x + y + z + xy + xz + yz + xyz = 1000$ . Прибавим по 1 к левой и правой частям полученного уравнения и сгруппируем слагаемые в левой части, тогда получим:  $(1 + x) + (y + xy) + (z + xz) + (yz + xyz) = 1001$ . Преобразуем левую часть уравнения:

$$\begin{aligned}(1 + x) + y(1 + x) + (z(1 + x) + yz(1 + x)) &= (1 + x)(1 + y + z + yz) \\ &= (1 + x)(1 + y)(1 + z).\end{aligned}$$

Так как  $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$  и ни одна из скобок не равна 1, то получаем, что числа  $x, y, z$  будут равны 6, 10 и 12.

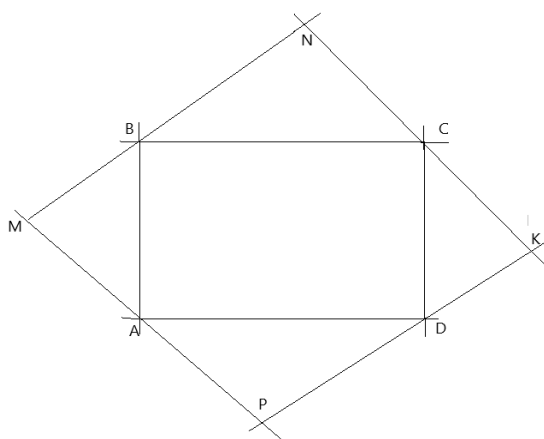
## 8 класс

8.1. Решение.  $13(1 + 13) + 13^3(1 + 13) + \dots + 13^{2019}(1 + 13) = 14(13 + 13^3 + \dots + 13^{2019})$ . Так как 14 делится на 7, то и само число делится нацело на 7.

8.2. Ответ: 30%.

Решение. Пусть ежегодно выпуск продукции снижался на  $x$  %. Примем первоначальный объем продукции за 1. Тогда через год продукции будет выпущено  $1 - \frac{x}{100}$ , а через два -  $(1 - \frac{x}{100})^2$ . По условию это число  $1 - \frac{51}{100} = 0,49$ , откуда  $1 - \frac{x}{100} = 0,7$  и  $x = 30$ .

### 8.3. Решение.



Рассмотрим  $\triangle CKD$ . Так как  $CK$  и  $DK$  – биссектрисы внешних углов прямоугольника  $ABCD$ , то угол  $KCD$  равен углу  $KDC$  и равны  $45^\circ$ ,  $\triangle CKD$  – равнобедренный и прямоугольный. Примем длины сторон  $CK$  и  $DK$  за  $c$ . Аналогично  $\triangle NBC$ ,  $\triangle PAD$ ,  $\triangle MAB$  являются равнобедренными и прямоугольными, причем  $\triangle NBC = \triangle PAD$ ,  $\triangle KCD = \triangle MAB$ . Обозначив длину  $NC$  за  $d$ , получим, что все стороны прямоугольника  $MNKP$  имеют длину  $c + d$ , поэтому  $MNKP$  является квадратом.

8.4. Решение. Разделим монеты на три кучки по 27 монет. Взвесим первую и вторую кучки. Если весы в равновесии, то фальшивая монета в третьей кучке. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета в той кучке, которая легче. После этого разбиваем кучку из 27 монет (в которой есть фальшивая монета) на три кучки по 9 монет и вторым взвешиванием определяем более легкую кучку. Третьим взвешиванием определяем наиболее легкую тройку монет. И наконец, четвертым взвешиванием определяем фальшивую искомую монету.

8.5. Ответ: правду сказали Алексей, Борис, Григорий. Первым был Борис.

Решение. Предположим, что солгал Алексей. Тогда получается, что он был первым или последним. Значит, солгали еще Владимир или Григорий. А это противоречит тому, что солгал всего один из ребят. Пусть солгал Борис. Тогда он был последним. Но Григорий утверждал, что он был последним. Значит, данного случая также не может быть. Пусть солгал Владимир. Тогда он был не первым. В этом случае все получается и первым тогда будет Борис. Последний случай, когда солгал Григорий, быть не может, так как тогда последним никто из ребят не был.